

郵貯資金研究

— 研究助成論文 —

第13巻

平成16年6月

〔研究論文〕

- ◇デュレーション一定の債券ポートフォリオを原証券とするポートフォリオインシュアランス …… 一橋大学 三浦 良造 …… 3
大学院国際企業戦略研究科
一橋大学 青木 岳人
大学院国際企業戦略研究科
大東文化大学 石井 昌宏
経営学部
一橋大学 大上 慎吾
大学院国際企業戦略研究科
- ◇公的金融機関の貸出と中小企業の収益性 …… 横浜国立大学 井上 徹 …… 25
国際社会科学部
- ◇銀行系ベンチャーキャピタルの役割 …… 一橋大学 小西 大 …… 45
大学院商学研究科
- ◇山口県三隅町における在宅健康管理システムの導入事前調査研究 …… 京都教育大学 田岡 文夫 …… 61
教育学部
- ◇地域活性化施策に対する郵貯資金の活用に関する研究 …… 大阪大学大学院 辻 正次 …… 95
国際公共政策研究科
—道路事業評価を中心にして—

〔参 考〕

- ◇平成16年度・研究助成募集要領 …… 135
- ◇郵貯資金研究協会の研究助成について …… 137

デュレーション一定の債券ポートフォリオを 原証券とするポートフォリオインシュアランス

一橋大学
大学院国際企業戦略研究科 三浦 良造

一橋大学
大学院国際企業戦略研究科 青木 岳人

大東文化大学
経営学部 石井 昌宏

一橋大学
大学院国際企業戦略研究科 大上 慎吾

デュレーション一定の債券ポートフォリオを 原証券とするポートフォリオインシュアランス

レジュメ

一橋大学大学院国際企業戦略研究科 三浦良造
一橋大学大学院国際企業戦略研究科 青木岳人
大東文化大学経営学部 石井昌宏
一橋大学大学院国際企業戦略研究科 大上慎吾

はじめに

派生証券価格理論の枠組みを利用して、株式のダイナミック運用を表現する理論的および実証的研究は、株価指数のポートフォリオインシュアランスをはじめとして広く行われている。しかし、債券ポートフォリオを基礎とする複製ポートフォリオやポートフォリオインシュアランスに関する研究は、これまでわれわれが文献調査した範囲内では見かけることはなかった。本研究では、基礎となるポートフォリオとしてデュレーション一定の債券ポートフォリオを採用し、これをポートフォリオインシュアランスの複製ポートフォリオとして、ダイナミックに運用する場合の数学的枠組みの構築と実証的研究を行った。

年金ポートフォリオ運用をはじめとして、債券運用においてはデュレーションを一定に保つことがよく普及した手法であるといわれている。本研究が、債券ポートフォリオ運用の理論と実践にとって有用であることを望む次第である。

第1章では、デュレーション一定の債券ポートフォリオを原証券とするプットオプションの価格式を導いている。数学的に厳密な記述は、別途数理的論文として作っているが、ここでは第2章における計算手順が表現できる程度の記述にとどめた。

デュレーション一定の債券ポートフォリオの構成方法は以下のとおりである。

与えられた運用期間 $[0, T]$ において、非常に短い時間 $h > 0$ が経過する毎に、そのデュレーション¹⁾ x が $x > 0$ となるようにそのポートフォリオを構成する債券²⁾ の変更を行う。ただし、ポートフォリオの組換えにあたっては、セルフファイナンス (self-financing) の条件を満たすようにする。一方、ゼロクーポン債においては満期までの時間とデュレーションが一致するので、時点 t から $t+h$ までの期間、満期を $t+x$ とするゼロクーポン債を保有すれば、その間はデュレーションを x とする債券ポートフォリオを保有していることになる。そして、 $t+h$ 時点において満期を $t+x$ とするゼロクーポン債を売却し、満期を $t+h+x$ とするゼロクーポン債をその売却金額分購入する。ここで、No Arbitrage 仮定を用いると、 $[t, t+h]$ においてそのデュレーションを x とする債券ポートフォリオを保有するときの投資収益率の確率分布と満期を $t+x$ とするゼロクーポン債を $[t, t+h]$ において保有するときの投資収益率の確率分布はほぼ同じである。従って、0 時点の資金額が同じであれば、前者の債券

¹⁾ このデュレーションは第1章で定義する「ボラティリティ・デュレーション (volatility duration)」である。

²⁾ ここでは、ポートフォリオを構成する債券としてクーポン債または複数のゼロクーポン債を想定している。

ポートフォリオ組換えにより得られる T 時点のポートフォリオ価値の確率分布とゼロクーポン債の買い替えを行う後者の投資方法により得られる T 時点の資産価値の確率分布はだいたい同じであると考えられる。

第 2 章では、第 1 章で説明された債券ポートフォリオインシュアランスを適用したプロテクティブプット型の債券投資戦略とポートフォリオインシュアランスを適用しない債券投資戦略のパフォーマンスに関するシミュレーションを行い、プロテクティブプット型の投資戦略の有効性を検証している。

具体的には、目標収益率を設定し分散を最小とする平均分散アプローチにデュレーション一定の制約条件を追加した債券ポートフォリオと、さらに当ポートフォリオにポートフォリオインシュアランスの複製ポートフォリオを組み合わせたプロテクティブプット戦略による債券ポートフォリオのパフォーマンスの比較を行った。投資対象債券としては、投資開始時点で残存期間が短期（約 3 年）、中期（約 6 年）及び長期（約 10 年）の三種類の利付国債を用いている。その際、目標収益率には野村 BPI を、また、デュレーション一定の制約条件として 3 年若しくは 5 年の二種類のデュレーションを設定した。実証研究の対象期間は 1999 年 1 月 - 2000 年 11 月であり、プットオプションの満期を対象期間の最終時点である 2000 年 11 月とした。

実証研究の詳細については第 2 章に記しているが、第 1 章で導かれたプットオプションの価格を求めるために必要な割引債価格やフォワードレートについては、入手可能な利付国債のデータより推定した。推定にあたっては McCulloch の方法を採用している。

結果より、プロテクティブプット戦略による債券ポートフォリオのパフォーマンスが単なるデュレーション一定のポートフォリオのパフォーマンスを上回るかどうかは、プットオプションの行使価格、金利市場の動向即ち原資産である債券ポートフォリオの満期時点の価値に影響を受けるということが明らかになった。プットオプションの行使価格が十分に高い場合、若しくは満期時点における債券ポートフォリオの価値が行使価格に比して十分に低い場合、プロテクティブプット型債券ポートフォリオは、ポートフォリオインシュアランスのコストを差し引いてもより高いパフォーマンスを示した。反対に、デュレーション一定の債券ポートフォリオの満期時点での価値が行使価格を上回る場合には、プロテクティブプット型債券ポートフォリオはポートフォリオインシュアランスのコストの分だけパフォーマンスが劣る結果となった。

この結果は我々の期待と一致しており、債券ポートフォリオにおけるプロテクティブプット戦略の意義及び有効性が当実証研究において明らかになったものとする。従って、債券運用において明確な目標収益率を有している場合には、第 1 章で導かれたポートフォリオインシュアランスの数学的枠組みを用いることにより、より安定した債券運用を達成できるものとする。

本研究は作業を分担して行ったものであり、以下に研究遂行作業の分担を述べる。

デュレーション一定の債券ポートフォリオを原証券とするポートフォリオインシュアランスが理論的にまた実証的にどのような姿をとるのかについて調べるというアイデアは三浦が提案した。これを受けて石井はデュレーションの定義から入り、この複製ポートフォリオの数学的枠組みを作った。これが第 1 章である。実証研究のためにはデータベースが必要であり、これを作るために大上がリーダーとなり、島津康秀（慶応義塾大学大学院修士課程）がデータ採取作業を行った。青木は、上村昌司（一橋大学）の協力を得て石井が作った数理的枠組みを理解し計算アルゴリズムを作り、計算を実行し実証的研究を行った。これが第 2 章である。また山内浩嗣（エムテック）は、数理的枠組みを作る作業と実証的研究作業の双方の過程において、実務的見地から幾つかの助言を与えた。山内、上村、島津の 3 氏は、本論文の著者として入っていないが、本研究に参加していただいたことをここに記し、感謝する。

デュレーション一定の債券ポートフォリオを 原証券とするポートフォリオインシュアランス

一橋大学大学院国際企業戦略研究科	三浦良造
一橋大学大学院国際企業戦略研究科	青木岳人
大東文化大学経営学部	石井昌宏
一橋大学大学院国際企業戦略研究科	大上慎吾

1. 本研究で用いた債券ポートフォリオインシュアランスの枠組み

この節では、本研究で分析対象としたポートフォリオインシュアランス (portfolio insurance) の枠組みを説明する。まず、そのポートフォリオインシュアランスを導入した背景を説明し、次に、そのポートフォリオインシュアランスの数理的枠組みの概略を説明する。

1.1 問題の背景

ポートフォリオインシュアランス (portfolio insurance) とよばれている投資手法を簡単に説明する。ある投資家があるポートフォリオをある期間保有しつづけることを考えているとする。「その期間の末時点において自分のポートフォリオの価値を K 以上にしたい。」とその投資家は望んでいるとする。このとき、そのポートフォリオを原資産とし、権利行使価格を K とし、その期間の末時点を満期とするプットオプションを購入することで、その投資家は彼が望むペイオフを達成できる。このように、「あるポートフォリオ」と「そのポートフォリオを原資産とし、権利行使価格を K とし、その投資期間の末時点を満期とするプットオプション」を保有することがポートフォリオインシュアランスとよばれている。ただし、現実には、任意のポートフォリオに対して、そのポートフォリオを原資産とするプットオプションが取引されているわけではない。そこで、その一つの代替手法として、取引されているプットオプションたちの中からその原資産価格変動がそのポートフォリオの価値変動と（何らかの基準で）似ているプットオプションを用いる、を挙げることができる。ただし、この手法には、そのポートフォリオ価値変動とそのプットオプションの原資産価格変動にズレがあるという問題がある。それら二つの資産価格変動の間のズレを回避する代替手法として、派生証券価格理論¹⁾を用いて得られる結果に従いその投資家が望むペイオフを達成するためにその投資期間にわたりポートフォリオの組換えをダイナミックに行う、という方法を挙げることができる。なお、これら二つの代替手法も含めてポートフォリオインシュアランスとよばれることが多いように思われる。本研究で分析対象としたポートフォリオインシュアランスは上記二つ目の代替方法に分類されるものである。そこで、上記二つ目の代替方法をより詳しく説明して行く。今、 $[0, T]$ をある投資家の投資期間とよび、各 $t \in [0, T]$ について $V(t)$ を t 時点におけるあるポートフォリオの価値とよび、正定数 K をその投資家が T 時点のポートフォリオ価値として望むレベルとよぶ。この設定の下で、 $V(T) + \max(K - V(T), 0)$ は投資家のポートフォリオとそのポートフォリオを原資産とする権利行使価格 K のプットオプションを保有した場合のペイオフを表している。明らかに、

¹⁾ 派生証券価格理論については、Black and Scholes[2], Merton[9], Baxter and Rennie[1], Steele[11], Duffe[3]を参照されたい。

$$V(T) + \max(K - V(T), 0) = K + \max(V(T) - K, 0) \quad (1)$$

である。式(1)の右辺を、 T 時点を満期とするゼロクーポン債を K 単位と V でその価値プロセスを表わされるポートフォリオを原資産とする権利行使価格 K のコールオプション 1 単位を保有する、と解釈できる。ここで、派生証券価格理論の議論の枠組みにおいてこの問題を考えると、 $\max(V(T) - K, 0)$ の複製ポートフォリオ (replicating portfolio) が存在する。従って、各 $t \in [0, T]$ について、 T 時点を満期とするゼロクーポン債を K 単位とその複製ポートフォリオを保有すれば、 T 時点において式(1)の右辺すなわち左辺で表現されるペイオフを得られる。

しかし、デフォルトフリーの債券たちだけからなるポートフォリオを原資産とする場合でさえ、上記コールオプションの複製ポートフォリオを具体的に求めることに困難が伴うこともある。本研究でも同様の困難が生じた。それを説明する。

確率過程 V が与えられたもとで V をある債券ポートフォリオの価値プロセスとよぶ場合には、ファイナンスの視点で V と整合的なイールドカーブの変動を表わす確率過程を仮定したり、または、それを V を用いて表すことは難しい場合が多いように思われる²⁾。これに対し、Vasicek[10], Ho and Lee[7], Jamshidian[8], Heath, Jarrow, and Morton[5], [6] などのいわゆる金利モデルを用いると、イールドカーブの変動と債券ポートフォリオ価値の変動の関係は整合的である。しかし、複数のゼロクーポン債から構成されるポートフォリオを原資産とするコールオプション価格を解析的に求めることおよび、その複製ポートフォリオを求めることは困難な場合が多いように思われる³⁾。さらに、本研究で議論の対象としているデュレーションを一定とする債券ポートフォリオを原資産とするコールオプションの価格を求めることはより困難であろう。そこで、本研究では、デュレーションの定義を変更し⁴⁾、そのデュレーションを一定とする債券ポートフォリオの変動をゼロクーポン債の買い替えにより模倣することにより、そのゼロクーポン債の買い替えを原資産とするコールオプション価格を求め、デュレーションを一定とする債券ポートフォリオを原資産とするコールオプションの代替としてそのオプションを用いてデータ分析を行った。

1.2 債券ポートフォリオインシュアランスの数理的枠組み

(Ω, \mathcal{F}, P) を確率空間とし、 W を 1 次元ブラウン運動とする。さらに、 W が生成するフィルトレーションを $\{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$ で表す。

$\forall T > 0$ に対して、確率過程 $\{f(t, T)\}_{0 \leq t \leq T}$ を以下のとおり定義する。

$$f(t, T) = f(0, T) + \int_0^t \alpha(s, T) ds + \int_0^t b(s, T) dW(s); 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

ただし、 $\alpha: [0, \infty) \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, b: [0, \infty) \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ とする。 $f(t, T)$ を t 時点における満期を T 時点とするフォワードレート (forward rate) とよぶ。 $\{f(0, T)\}_{0 \leq T}$ を initial forward rate curve とよぶ。 $\forall t \geq 0$ につ

²⁾ 例えば、幾何ブラウン運動 V をある債券ポートフォリオの価値プロセスとよぶことにし、ある正の定数を金利と名付けると、上記コールオプションの価格を計算することは簡単であるが、ファイナンスの視点ではそれは意味のないモデル化である。

³⁾ Vasicek [10], Ho and Lee [7], Jamshidian [8], Heath, Jarrow, and Morton [5], [6] においては、ゼロクーポン債価格を表す確率過程が幾何ブラウン運動になる。従って、ゼロクーポン債のポートフォリオであるクーポン債の分布関数をよく知られた関数 (たち) を用いて表すことは困難な問題であると思われる。

⁴⁾ ただし、以下で定義するデュレーションはある場合にはマコーレのデュレーションと一致する。

いて、 $r(t) := f(t, t)$ を t 時点における瞬間的スポットレート (instantaneous spot rate) とよぶ。

$\forall T > 0$ に対して、確率過程 $\{X(t, T)\}_{0 \leq t \leq T}$ を

$$X(t, T) = e^{-\int_t^T f(t, u) du}; 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

と定める。 $X(t, T)$ を満期を T とし額面価格 1 とするゼロクーポン債の t 時点における価格とよぶ。ここで、 f および r の定義を用いると、

$$X(t, T) = e^{\int_0^t r(u) du - \int_0^T f(0, u) du - \int_0^t \mu(s, T) ds - \int_0^t \sigma(s, T) dW(s)}; 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

である。ただし、

$$\mu(t, T) = \int_t^T a(t, u) du,$$

$$\sigma(t, T) = \int_t^T b(t, u) du$$

とおく。ここで、Ito calculus を(4)に用いると、

$$\frac{d(X(t, T))}{X(t, T)} = \left\{ r(t) - \mu(t, T) + \frac{1}{2} \sigma^2(t, T) \right\} dt - \sigma(t, T) dW(t) \quad (5)$$

を得る。

さらに、確率過程 $\{Y(t, T)\}_{0 \leq t \leq T}$ を

$$Y(t, T) = -\frac{1}{T-1} \log X(t, T) \quad (6)$$

と定義する。 $Y(t, T)$ を満期を T とするゼロクーポン債の t 時点における yield とよぶ。

それでは、ここで、この議論の枠組みにおける債券ポートフォリオの表現を説明する。

$0 \leq t < t_1 < t_2 < \dots < t_n, c_j > 0 (j=1, 2, \dots, n)$ とする。このとき、

$$\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j) \quad (7)$$

は各 $j=1, 2, \dots, n$ について t_j 時点で c_j を受け取るクーポン債 (または債券ポートフォリオ) の t 時点の価格を表現している。以下では、(7) を $(t_j, c_j)_{j=1, 2, \dots, n}$ クーポン債の t 時点の価格または債券ポートフォリオ $(t_j, c_j)_{j=1, 2, \dots, n}$ の t 時点の価値とよぶ。なお、(5) と (7) より、

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)\right)}{\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)} &= \sum_{i=1}^n \frac{c_i X(t, t_i)}{\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)} \left\{ r(t) - \mu(t, t_i) + \frac{1}{2} \sigma^2(t, t_i) \right\} dt \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{c_i X(t, t_i)}{\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)} \sigma(t, t_i) dW(t); \text{ for } t \in [0, t_1] \end{aligned} \quad (8)$$

である。

それでは、デュレーションについて説明していく。なお、以下の定義1、2では、

$$0 \leq t < t_1 < t_2 < \dots < t_n, c_j > 0 (j=1, 2, \dots, n)$$

とする。

定義1.

$$\sum_{i=1}^n (t_i - t) \frac{c_i X(t, t_i)}{\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)} \quad (9)$$

を t 時点における $(t_j, c_j)_{j=1,2,\dots,n}$ クーポン債のマコーレのデュレーションとよぶ。

定義2.

$$\sum_{i=1}^n \frac{c_i X(t, t_i)}{\sum_{j=1}^n c_j X(t, t_j)} \sigma(t, t_i) = \sigma(t, t+x) \quad (10)$$

をみたく $x \in [t_1 - t, t_n - t]$ が存在し、かつ、それがただ一つならば、それを t 時点における $(t_j, c_j)_{j=1,2,\dots,n}$ クーポン債の“volatility duration”とよぶ。

なお、 c をある定数とし、 $b(t, T) = c$ の場合には、

$$\sigma(t, T) = \int_t^T b(t, u) du = c(T - t)$$

であるから、“volatility duration”とマコーレのデュレーションは一致する。

また、明らかに、ゼロクーポン債 $X(t, T)$ の t 時点の“volatility duration”は $T - t$ である。

以下では、初期投資額が同じであれば、“volatility duration”一定の債券運用方法により得られる投資期間末のポートフォリオ価値の確率分布とゼロクーポン債の買い替え運用により得られる投資期間末の保有資産価値の確率分布がほぼ同じであることを議論していく。

まず、“volatility duration”を一定とする債券ポートフォリオ運用方法について説明する。 $T > 0$ を固定し、 $[0, T]$ を投資期間とよぶ。 $x > 0$ とし、この投資期間内においては債券ポートフォリオの“volatility duration”が x となるようにポートフォリオの組換えを行うことにする。これを具体的に説明する。

$N \in \mathbb{N}$, $Nh = T$ とする。

0 時点では、 $0 < t_{0,1} < t_{0,2} < \dots < t_{0,n_0}$ および $c_{0,1}, c_{0,2}, \dots, c_{0,n_0} > 0$ をその“volatility duration”が x に等しく、かつ、

$$X(0, X) = \sum_{j=1}^{n_0} c_{0,j} X(0, t_{0,j})$$

をみたくように選択する。債券運用において、これらが表す意味は「0 時点において、ある投資家が保有する資

金量は $X(0, x)$ に等しく、かつ、その “volatility duration” を x とする債券ポートフォリオ $(t_{0,j}, c_{0,j})_{j=1,2,\dots,n_0}$ をその投資家はその資金で購入する。」である。

各 $k = 1, 2, \dots, N-1$ について、 kh 時点では、 $(k-1)h$ 時点で選択した債券ポートフォリオの価値が

$$\sum_{j=1}^{n_{k-1}} c_{k-1,j} X(kh, t_{k-1,j})$$

であるから、 $kh < t_{k,1} < t_{k,2} < \dots < t_{k,n_k}$ および $c_{k,1}, c_{k,2}, \dots, c_{k,n_k} > 0$ をその “volatility duration” が x に等しくなり、かつ、

$$\sum_{j=1}^{n_{k-1}} c_{k-1,j} X(kh, t_{k-1,j}) = \sum_{j=1}^{n_k} c_{k,j} X(kh, t_{k,j})$$

を満たすように選択する。債券運用におけるこの意味は、「Self-financing の条件を満たし、かつ、その “volatility duration” が x に等しくなるように債券ポートフォリオ $(t_{k,j}, c_{k,j})_{j=1,2,\dots,n_k}$ を選択する。」ということである。上述の債券運用方法（債券ポートフォリオ組換え）をフロー図にすると以下の通りである。

time	組換え前ポートフォリオ	組換え後ポートフォリオ
0		$\sum_{j=1}^{n_0} c_{0,j} X(0, t_{0,j})$
h	$\sum_{j=1}^{n_0} c_{0,j} X(h, t_{0,j})$	$\sum_{j=1}^{n_1} c_{1,j} X(h, t_{1,j})$
$2h$	$\sum_{j=1}^{n_1} c_{1,j} X(2h, t_{1,j})$	$\sum_{j=1}^{n_2} c_{2,j} X(2h, t_{2,j})$
\vdots		\vdots
kh	$\sum_{j=1}^{n_{k-1}} c_{k-1,j} X(kh, t_{k-1,j})$	$\sum_{j=1}^{n_k} c_{k,j} X(kh, t_{k,j})$
\vdots		\vdots
Nh	$\sum_{j=1}^{n_{N-1}} c_{N-1,j} X(Nh, t_{N-1,j})$	

次に、各 $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ について、 kh 時点では満期 $kh + x$ のゼロクーポン債のみを保有するゼロクーポン債の買い替えシステムについて説明する。

0 時点では、満期を x とするゼロクーポン債を 1 単位保有する。従って、その価値は $X(0, x)$ である。 h 時点では、その資産価値は $X(h, x)$ となる。そこで、満期を $h + x$ とするゼロクーポン債を

$$\frac{X(h, x)}{X(h, h+x)}$$

単位保有する。従って、

$$X(h, x) = \frac{X(h, x)}{X(h, h+x)} X(h, h+x)$$

である。各 $k=1, 2, \dots, N-1$ について、 kh 時点では、その資産価値は

$$\prod_{j=1}^{k-1} \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(kh, (k-1)h+x)$$

となる。そこで、満期を $kh+x$ とするゼロクーポン債を

$$\prod_{j=1}^k \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)}$$

単位保有する。従って、

$$\prod_{j=1}^{k-1} \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(kh, (k-1)h+x) = \prod_{j=1}^k \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(kh, kh+x)$$

となる。このゼロクーポン債を対象とする買い替えシステムをフロー図にすると以下の通りである。

time	買い替え前	買い替え後
0		$X(0, x)$
h		\swarrow $X(h, x) = \frac{X(h, x)}{X(h, h+x)} X(h, h+x)$
$2h$	$\frac{X(h, x)}{X(h, h+x)} X(2h, h+x)$	\swarrow $= \prod_{j=1}^2 \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(2h, 2h+x)$
\vdots		\vdots
kh	$\prod_{j=1}^{k-1} \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(kh, (k-1)h+x)$	\swarrow $= \prod_{j=1}^k \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(kh, kh+x)$
\vdots		\vdots
Nh	$\prod_{j=1}^{N-1} \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(Nh, (N-1)h+x)$	\swarrow $= \prod_{j=1}^N \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(Nh, Nh+x)$

ここで、各 $k=1, 2, \dots, N-1$ について、ポートフォリオ組換えの仮定より、

$$\sum_{i=1}^{n_k} \frac{c_{k,i} X(kh, t_{k,i})}{\sum_{j=1}^{n_k} c_{k,j} X(kh, t_{k,j})} \sigma(kh, t_{k,i}) = \sigma(kh, kh+x) \quad (11)$$

であり、No Arbitrage の仮定のもとでは、ある $\lambda: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ が存在して、

$$\lambda(t) = \frac{-\mu(t, T) + \frac{1}{2}\sigma^2(t, T)}{\sigma(t, T)}; 0 \leq t \leq T$$

が成立している⁵⁾ので、これらを(8)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{d\left(\sum_{j=1}^{n_k} c_j X(kh, t_j)\right)}{\sum_{j=1}^{n_k} c_j X(kh, t_j)} \\ &= \sum_{i=1}^{n_k} \frac{c_{k,i} X(kh, t_{k,i})}{\sum_{j=1}^{n_k} c_{k,j} X(kh, t_{k,j})} \left\{ r(kh) - \mu(kh, t_{k,i}) + \frac{1}{2}\sigma^2(kh, t_{k,i}) \right\} dt \\ & \quad = \sum_{i=1}^{n_k} \frac{c_{k,i} X(kh, t_{k,i})}{\sum_{j=1}^{n_k} c_{k,j} X(kh, t_{k,j})} \sigma(kh, t_{k,i}) dW(t) \\ &= \{r(kh) + \lambda(kh)\sigma(kh, kh+x)\} dt - \sigma(kh, kh+x) dW(t) \\ &= \left\{ r(kh) - \mu(kh, kh+x) + \frac{1}{2}\sigma^2(kh, kh+x) \right\} dt - \sigma(kh, kh+x) dW(t) \\ &= \frac{d(X(kh, kh+x))}{X(kh, kh+x)} \end{aligned} \tag{12}$$

を得る。この式から、 h が十分小さいのであれば、 kh 時点から $(k+1)h$ 時点まで、債券ポートフォリオ $(t_{k,j}, c_{k,j})_{j=1,2,\dots,n_k}$ を保有するときの収益率の確率分布と満期を $kh+x$ とするゼロクーポン債を保有するときの収益率の確率分布はほぼ同じである。そこで、

$$\sum_{j=1}^{n_{N-1}} c_{N-1,j} X(Nh, t_{N-1,j}) \approx \prod_{j=1}^N \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(Nh, Nh+x) \tag{13}$$

であると思われる。さらに、 $h \rightarrow 0$ とすれば、

$$\prod_{j=1}^N \frac{X(jh, (j-1)h+x)}{X(jh, jh+x)} X(Nh, Nh+x) \rightarrow e^{\int_0^T f(u, u+x) du} X(T, T+x).$$

そこで、 $K > 0$ とし、

$$\max\left(e^{\int_0^T f(u, u+x) du} X(T, T+x) - K, 0\right) \tag{14}$$

をペイオフとするコールオプション価格を派生証券価格理論を用いて求める。その結果、(14)をペイオフとするオプションの $t \in [0, T]$ 時点における価値は

$$e^{\int_0^T f(u, u+x) du} X(t, t+x) \Phi(d_1(t, T, x)) - X(t, T) K \Phi(d_2(t, T, x)) \tag{15}$$

である。ただし、

⁵⁾ Harrison and Pliska [4], Heath, Jarrow, and Morton [6], Baxter and Rennie [1], Duffie [3]等を参照されたい。

$$d_1(t, T, x) = \frac{\log \frac{e^{\int_0^t f(u, u+x) du} X(t, t+x)}{X(t, T)K} + \frac{1}{2} \int_t^T (\sigma(s, T) - \sigma(s, s+x))^2 ds}{\sqrt{\int_t^T (\sigma(s, T) - \sigma(s, s+x))^2 ds}},$$

$$d_2(t, T, x) = d_1(t, T, x) - \sqrt{\int_t^T (\sigma(s, T) - \sigma(s, s+x))^2 ds},$$

Φ は標準正規分布の分布関数。

なお、プットオプション

$$\max\left(K - e^{\int_0^T f(u, u+x) du} X(T, T+x), 0\right) \quad (16)$$

の $t \in [0, T]$ 時点における価値は

$$X(t, T)K\Phi(-d_2(t, T, x)) - e^{\int_0^t f(u, u+x) du} X(t, t+x)\Phi(-d_1(t, T, x)) \quad (17)$$

である。

参考文献

- [1] Baxter M., and Rennie, A., Financial Calculus, Cambridge University Press, 1996.
- [2] Black, F., and Scholes, M., The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 81(1973), 637-654.
- [3] Duffie, D., Dynamic Asset Pricing Theory 3rd edition, Princeton University Press, 2001.
- [4] Harrison, J. M., and Pliska, S. R., Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading, Stochastic Processes and their Applications, 11(1981), 215-260.
- [5] Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates : A Discrete Time Approximation, Journal of Financial Quantitative Analysis, 25(1990), 419-440.
- [6] Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates : A New Methodology for Contingent Claims Valuation, Econometrica, 60(1992), 77-106.
- [7] Ho, T., and Lee, S., Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance, 41(1986), 1011-1029.
- [8] Jamshidian, S., An Exact Bond Option Formula, Journal of Finance, 44(1989), 205-209.
- [9] Merton, R. C., Theory of Rational Option Pricing, Bell Journal of Economics and Management Science, 4(1973), 141-183.
- [10] Vasicek, O., An Equilibrium Characterization of the Term Structure, Journal of Financial Economics, 5(1977), 141-183.
- [11] Steele, J. M., Stochastic Calculus and Financial Applications, Springer, 2000.
- [12] Uyemura, D. G., Van Deventer, D. R., Financial Risk Management in Banking : The Theory & Application of Asset & Liability Management, Cambridge, 1993.

2 債券投資シミュレーション

この章では、第1章で説明した債券ポートフォリオインシュアランスを適用したプロテクティブブット戦略とポートフォリオインシュアランスを適用しない債券投資戦略のパフォーマンスに関するシミュレーションを行い、プロテクティブブット戦略の有効性を考察する。具体的には、平均分散アプローチ、デュレーション一定及びポートフォリオインシュアランスの3種類の債券投資戦略によるパフォーマンスの比較を行う。

2.1 債券投資戦略

プロテクティブブット戦略のパフォーマンスを評価する為に以下3種類の債券投資戦略のシミュレーションを行った。

- 2.1.1) 目標収益率(2.3節参照)を設定し、分散を最小とする平均分散アプローチによる債券投資戦略(以下「MV」と記述)。
- 2.1.2) 平均分散アプローチにデュレーション一定の制約条件を加えた債券投資戦略(以下「MVD」と記述)。
- 2.1.3) MVDに、当該債券ポートフォリオを原資産とするプロテクティブブットを組み合わせた債券投資戦略(以下「MVP」と記述)。

以下では、まず2.3節でMVとMVDのシミュレーションについて触れ、それぞれの戦略によるポートフォリオのパフォーマンスを比較する。次に2.4節でMVPのシミュレーションの条件・結果等を説明し、全ての戦略によるポートフォリオのパフォーマンスについて比較・総括を行う。

2.2 シミュレーションに用いたデータ及び期間

投資対象債券としては、投資開始時点で残存期間が短期(約3年)、中期(約6年)及び長期(約10年)の以下利付国債を対象とした。また、投資シミュレーション期間は利用可能なデータの都合により、1999年1月末～2000年11月末とした。

[図表1] 投資対象債券

銘柄回号コード	67000155	67000185	69000013
銘柄名	155 利付国債	185 利付国債	13利付国債20年
償還日	20030320	20060320	20100920
クーポン	4.6	3.1	6.8
利払回数	2	2	2
利払日1	320	320	320
利払日2	920	920	920
償還価格	100	100	100
残存年数	3.132	6.132	10.636

2.3 MV 及び MVD による債券投資シミュレーション

MV 及び MVD による債券投資戦略のシミュレーションを行い、パフォーマンスの違いを検証した。シミュレーションにあたっては以下a)～f)の条件を設定した。特にデュレーションに関しては、デュレーションの違いがパフォーマンスにどの様に影響するかを見る為に3年と5年の二種類のデュレーションでそれぞれシミュレーションを行った。

MV 及び MVD に共通の条件

- a) 投資シミュレーション期間：1999年1月末～2000年11月末
- b) 分散共分散行列及び平均収益率の計算期間：過去24カ月
- c) 目標収益率：野村 BPI の平均収益率（月次）
- d) 組換え期間（第1章の h）：1カ月毎（月末）に組換え
- e) 空売り制限無し、且つ、取引手数料はゼロ。

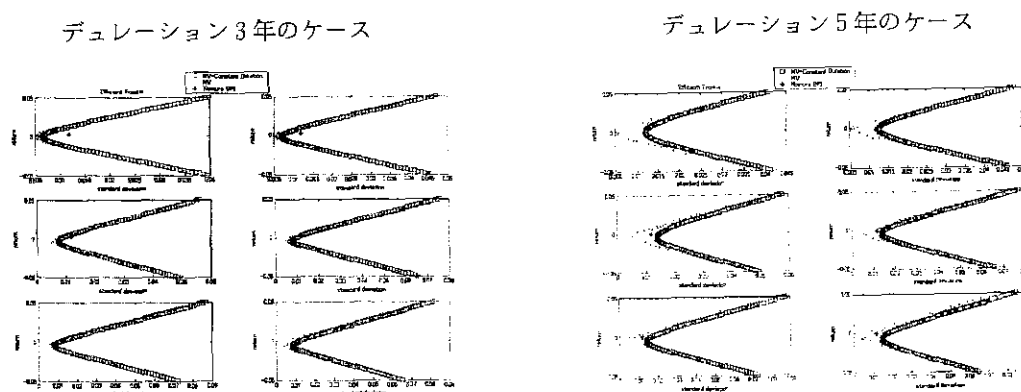
MVD のみに対する条件

- f) 債券ポートフォリオのデュレーション（第1章の x）：3年若しくは5年

以下にシミュレーション結果を示す。

まず、MV 及び MVD による債券ポートフォリオの効率的フロンティア及び野村 BPI の平均収益率と標準偏差を投資開始時期から4カ月毎にプロットした図は以下の通りとなる。デュレーション3年のケースでは、MV より MVD の効率的フロンティアは若干右側に位置しているが、ほぼ一致していると言える。また、デュレーション3年のケースに比べ、5年の効率的フロンティアは、より右側に位置していることからよりリスクの高いポートフォリオになっていることが分かる。更に、デュレーション5年のケースでは野村 BPI は MV と MVD の間に大体位置している。

【図表2】 各投資戦略の効率的フロンティア

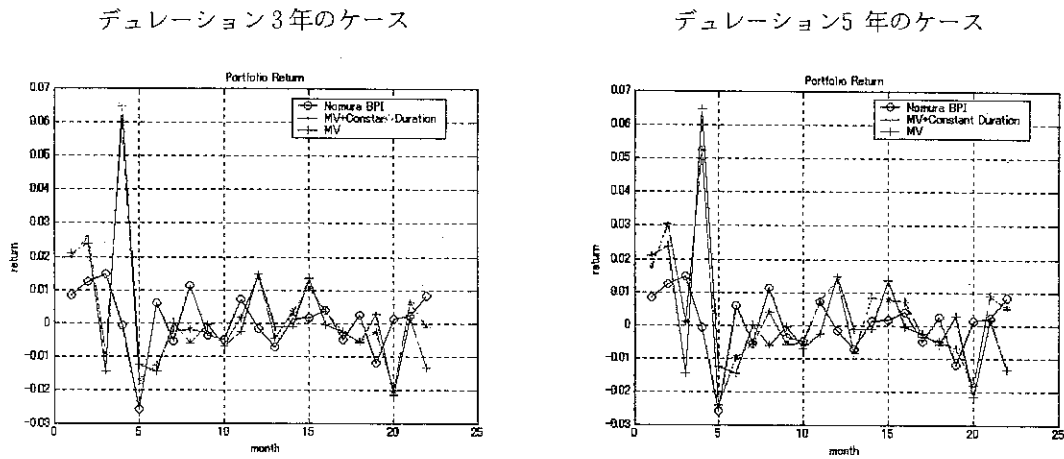


注) 図表の MV+Constant Duration は MVD と同じ意味（以下図表でも同様）。

注) 左上から右下に古い順

次に、野村 BPI の平均収益率を目標収益率とした MV 及び MVD によるポートフォリオの月次投資収益率の推移は以下の通りとなり、デュレーション3年のケースでは MV 及び MVD の月次収益率推移はほぼ一致しているが、デュレーション5年のケースでは3年のケースほどには MV 及び MVD の収益率推移は一致していないことが分かる。

[図表 3] 各投資戦略の月次収益率



各投資戦略について、シャープレシオ等のパフォーマンス指標を図表4にまとめた。今回のシミュレーション期間ではMVよりMVDのパフォーマンスの方が良く、また、MVDでもデュレーション3年よりも5年の方がパフォーマンスは良い結果となっている。

[図表 4] 各投資戦略のパフォーマンス指標 (年率)

	MV	MVD(デュレーション3年)	MVD(デュレーション5年)
トラッキングエラー	0.068	0.059	0.050
インフォメーションレシオ	0.202	0.384	0.614
シャープレシオ	0.286	0.463	0.622

各投資戦略の投資ウェイトの推移(組換え毎)を図表5に、同投資ウェイトでの平均収益率と標準偏差のプロットを図表6に記した。図表6は、図表2で示した効率的フロンティアとほぼ同様の結果となっていることが解る。特に、デュレーション5年のケースでは、MVよりMVDの方がより右側に位置しており、リスクのより高いポートフォリオになっている。また、デュレーション5年のケースでは野村BPIはMVとMVDの間に位置しており、この点も効率的フロンティアと同様の結果となっている。

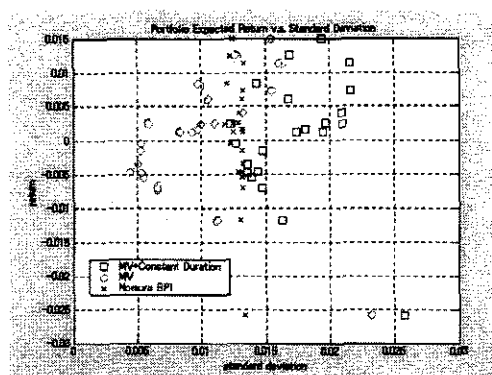
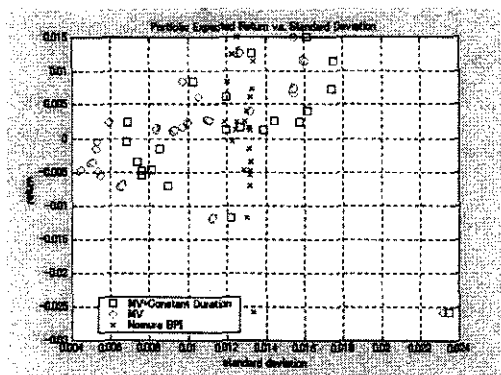
[図表 5] 各投資戦略の投資ウェイト

銘柄コード	デュレーション5年のケース			デュレーション3年のケース					
	MV	MV	MV	MV	MV	MV			
199902	7.43	-12.91	6.48	7.08	-13.60	7.52	13.08	-25.66	13.58
199903	-1.39	5.89	-3.50	-1.72	5.32	-2.60	-1.49	5.71	-3.22
199904	-2.45	8.19	-4.74	-2.77	7.52	-3.75	-2.56	7.95	-4.38
199905	-3.32	9.76	-5.44	-3.45	8.70	-4.25	-3.37	9.34	-4.97
199906	1.54	-0.38	-0.15	1.35	-1.28	0.93	1.47	-0.72	0.26
199907	8.23	-14.53	7.30	7.83	-14.94	8.12	8.09	-14.67	7.58
199908	-0.60	4.16	-2.56	-1.06	3.67	-1.61	-0.80	3.95	-2.15
199909	2.57	-2.56	0.99	2.03	-2.85	1.82	2.34	-2.68	1.34
199910	-2.20	7.58	-4.38	-2.73	7.09	-3.37	-2.46	7.35	-3.89
199911	2.05	-1.47	0.42	1.41	-1.52	1.11	1.78	-1.49	0.71
199912	2.40	-2.21	0.80	1.92	-2.60	1.68	2.19	-2.38	1.18
200001	-1.83	6.70	-3.87	-2.37	6.14	-2.77	-2.12	6.40	-3.29
200002	1.40	-0.08	-0.32	0.92	-0.62	0.69	1.17	-0.34	0.17
200003	3.17	-3.83	1.66	2.59	-4.08	2.49	2.91	-3.94	2.04
200004	0.04	2.72	-1.76	-0.46	2.14	-0.68	-0.21	2.42	-1.21
200005	0.02	2.76	-1.78	-0.64	2.47	-0.84	-0.33	2.61	-1.27
200006	-0.86	4.61	-2.75	-1.64	4.46	-1.81	-1.31	4.52	-2.22
200007	2.25	-1.92	0.67	1.63	-2.15	1.51	1.95	-2.03	1.09
200008	-0.30	3.43	-2.14	-1.07	3.26	-1.18	-0.74	3.33	-1.59
200009	4.36	-6.46	3.11	3.55	-6.10	3.54	4.04	-6.32	3.28
200010	0.54	1.98	-1.53	-1.31	3.67	-1.36	-0.63	3.05	-1.42
200011	0.09	2.97	-2.05	-1.67	4.32	-1.66	-1.07	3.86	-1.79

[図表 6] 各投資戦略の平均収益率及び標準偏差

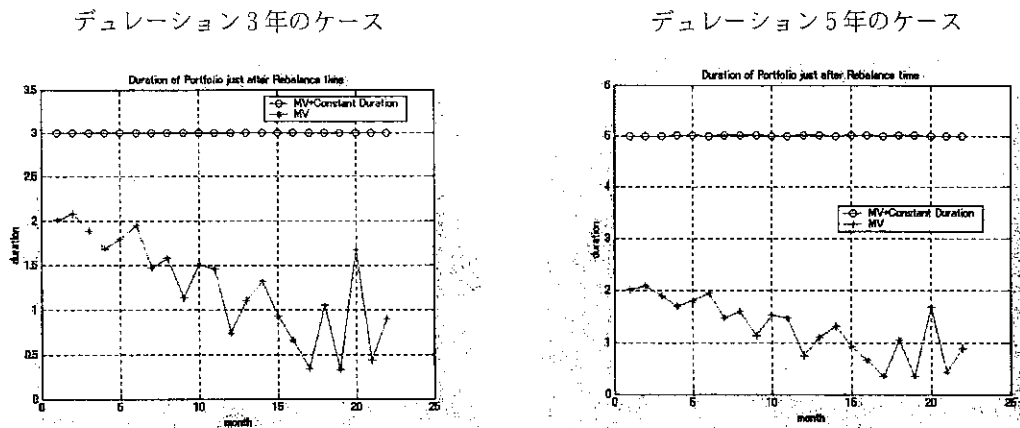
デュレーション3年のケース

デュレーション5年のケース

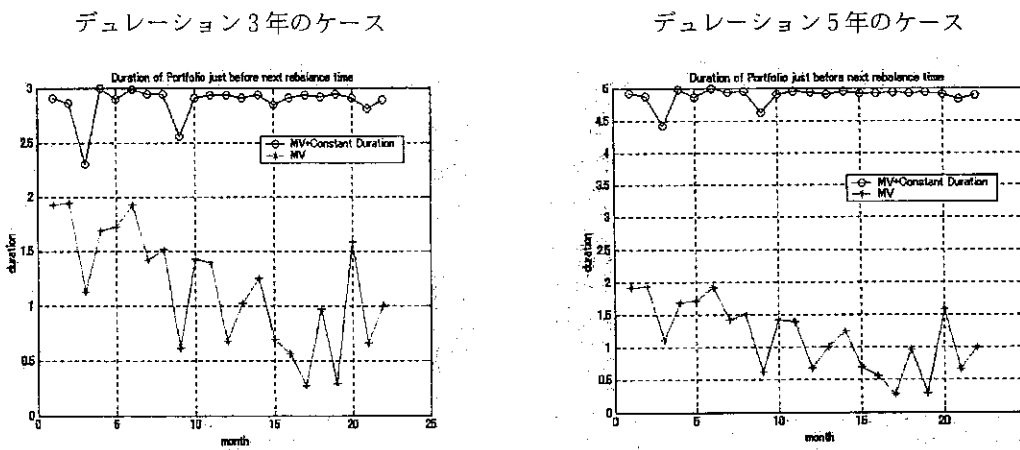


次に、MVのデュレーションを既定のMVDのそれと比較する為に、組換え直後のデュレーションの推移をプロットしたのが図表7である。MVのデュレーションは0.5-2年の範囲で推移しており、MVDのデュレーション3年若しくは5年より小さい水準となっていることが分かる。また、組換え直前のデュレーション（即ち、ある組換え時に投資ウェイトを決定した場合の当ウェイトでの次の組換え直前のデュレーション）の推移から、ウェイト決定時点のデュレーションが次の組換え時点までに大幅に変化することなく、MVのデュレーションの方がMVDのそれより小さく保たれていたことも念のために付け加える（図表8）。

【図表7】 各投資戦略の組換え直後のデュレーション



【図表8】 各投資戦略の組換え直前のデュレーション

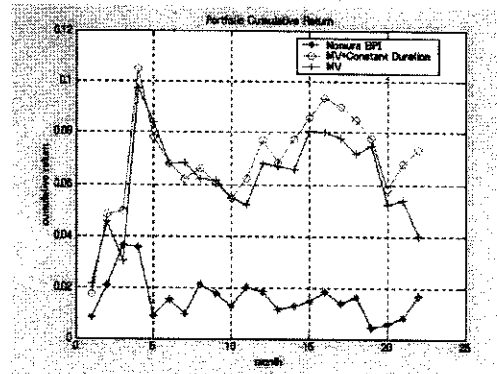
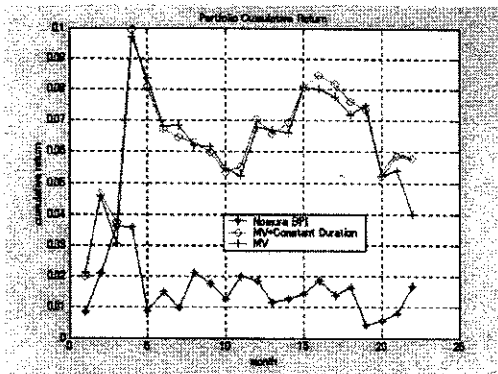


最後に、野村 BPI、MV 及び MVD による投資戦略の累積月次収益率の比較を行う。図表9に各投資戦略の累積月次収益率のプロットを示す。デュレーション3年のケースでは、MVとMVDのパフォーマンスの推移は殆ど同じであるが、シミュレーション期間の最終時点でMVDのパフォーマンスが若干良くなっている。また、MV及びMVDともに野村BPIよりも高パフォーマンスであったと言える。デュレーション5年のケースでは、MVDはMVよりも高いパフォーマンスとなっており、更にデュレーション3年よりも同5年のパフォーマンスが良かったことも分かる。その理由の一つとして、当シミュレーション期間では金利が低下したため大きいデュレーションを保つ戦略が高パフォーマンスになったと考えられる。

[図表9] 各投資戦略の累積月次収益率

デュレーション3年のケース

デュレーション5年のケース



2.4 MVD 及び MVP による債券投資シミュレーション

当節では MVP による債券投資戦略のシミュレーションについて説明を行い、全ての投資戦略 (MV、MVD および MVP) によるパフォーマンスを比較した。シミュレーションの条件については2.3節で定めたa)~f)の他、新たに以下の条件を追加した。

MVD 及び MVP に共通の条件

- g) 投資額：投資額は、デュレーションと同じ期間 x を満期とする割引債の投資シミュレーション期間開始時点での価値 $X(0, x)$ 1 単位分とする (1.2節)。具体的には、1999年1月末時点で満期が3年若しくは5年である割引債の価格 ($X(0, 3)$ 及び $X(0, 5)$) と同額を投資する。

MVP のみに対する条件

- h) オプション満期：シミュレーション期間の最終時点と同じ2000年11月末とする。

第1章で説明した通り、プットオプションの複製ポートフォリオを組成する為には、デュレーション (3年若しくは5年) やオプション満期と満期が一致する割引債価格、及び満期時点での瞬間フォワードレートが必要となる。

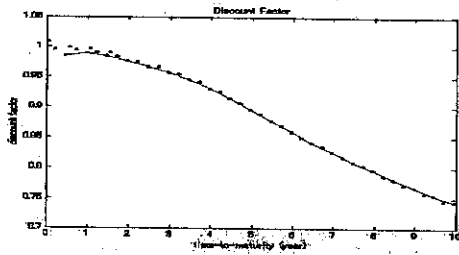
従い、まず利付国債のデータから割引債価格の推定を行った。推定方法としては2次 SPLINE 関数を基底関数とする McCulloch の方法を用い、各組換え時点 (1999年1月末~2000年11月末の毎月末時点) を基準日として推定を行った。

次に瞬間フォワードレート $f(t, T)$ の推定を行った。推定にあたっては、第1章(2)式におけるパラメータ $a = a(t, t+1)$ 、 $b = b(t, t+1)$ を定数と仮定し、それぞれ満期1年の瞬間フォワードレートの平均及び標準偏差を使用した。パラメータ a 、 b 算出のためのデータサンプル期間は1995年5月末~2000年11月末であり、結果算出されたパラメータは $a = 0.0043$ 、 $b = 0.0041$ となった。瞬間フォワードレートにおいても割引債価格と同様、各組換え時点を基準日として推定を行った。

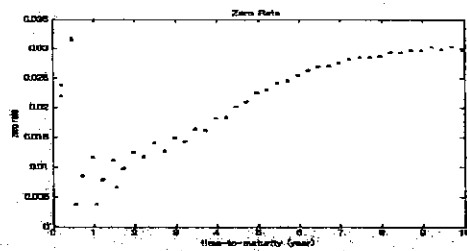
1999年1月末時点を基準日にした割引債価格及び瞬間フォワードレートを図表10に示している。同様に、順次、基準日を変更し割引債価格及び瞬間フォワードレートの時系列データを推定した。

[図表10] 利付国債より推定された割引債価格及び瞬間フォワードレート (1999年1月末)

各満期の割引債価格



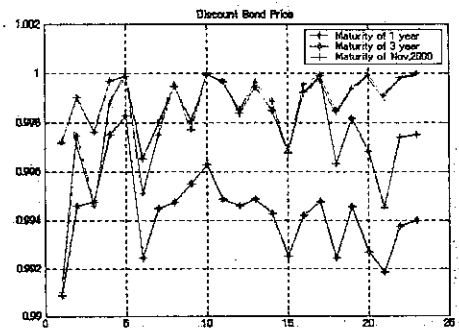
各満期の瞬間フォワードレート



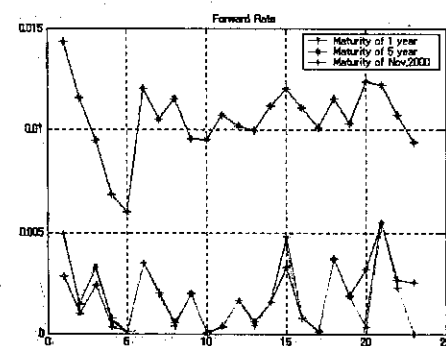
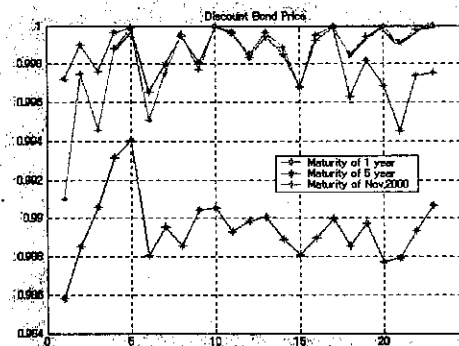
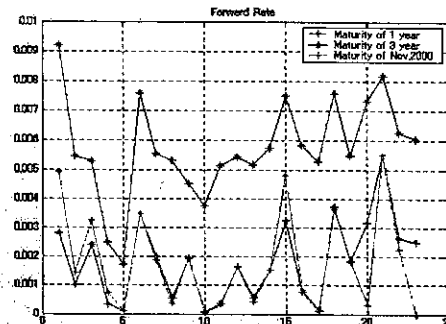
同推定による1年、3年、5年及びオプション満期 (2000年11月末) と満期が一致する割引債価格及び各満期時点での瞬間フォワードレートの時系列推移を図表11に示した。図表11から3年及び5年満期の割引債価格がシミュレーション期間開始時点から終了時点にかけて上昇 (フォワードレートが下落) したことが分かる。

[図表11] 利付国債より推定された割引債価格及び瞬間フォワードレートの時系列推移

割引債価格



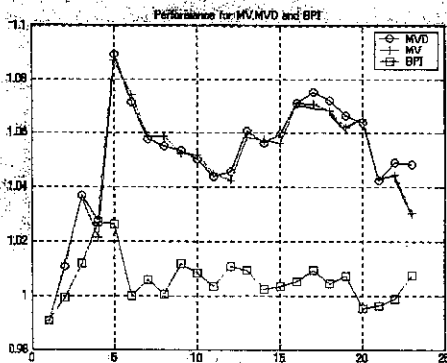
瞬間フォワードレート



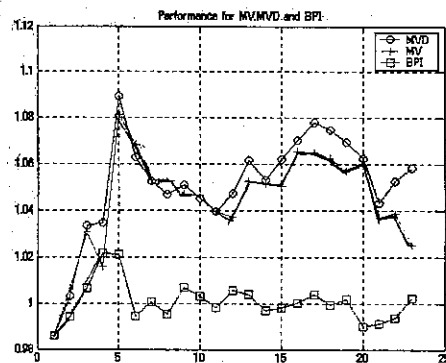
次に、MVDとMVPによるポートフォリオのパフォーマンス評価・比較を行う。パフォーマンス評価は、デュレーション3年若しくは5年の各ケースに対し複数の行使価格 (具体的には、原資産価格0.98に対し行使価格0.9、1.1及び1.4) を設定して行った。2.3節の結果より、1999年1月末時点での3年若しくは5年満期 (デュレーションと同じ) の割引債価格 (0.98) と同額を野村BPI、MV若しくはMVDによるポートフォリオに投資した場合のそれぞれのポートフォリオ価値の推移は図表12の通りとなっている。

【図表12】 MV、MVD及び野村BPIのポートフォリオ価値の推移

デュレーション3年のケース

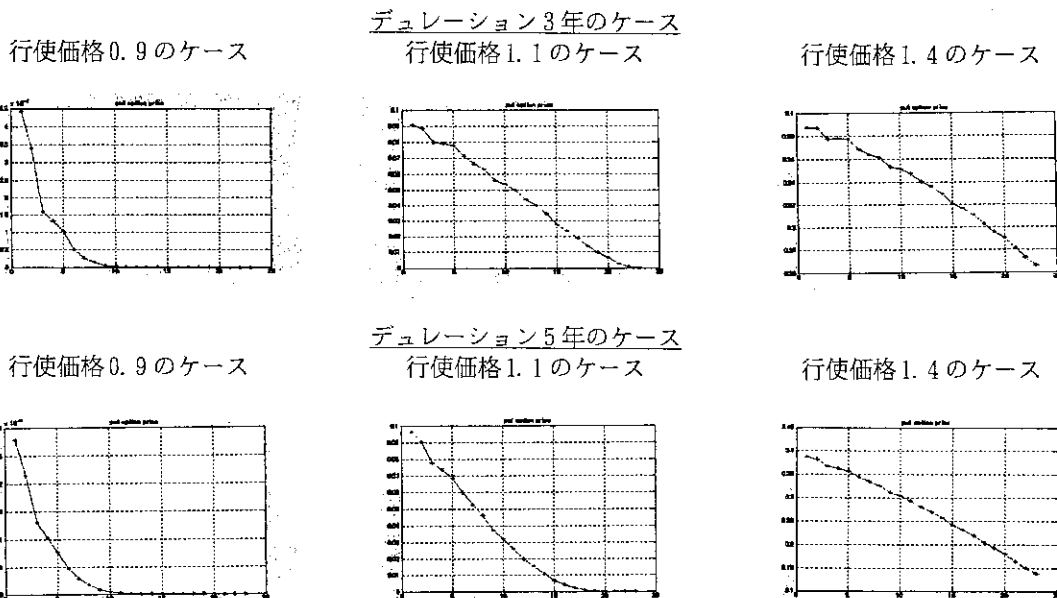


デュレーション5年のケース

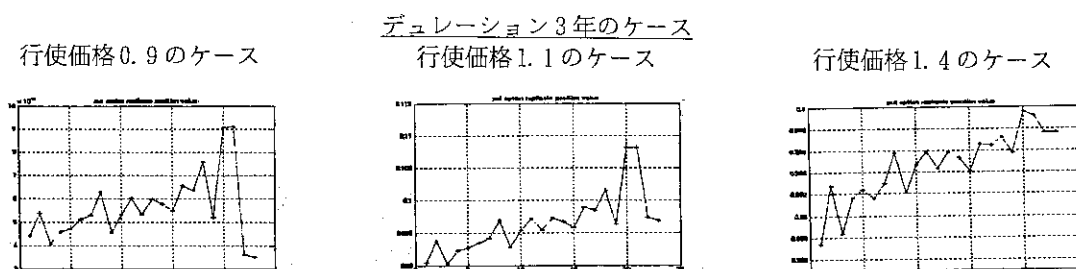


次に、MVPによる債券ポートフォリオについて考える。2.1節で定義した通り、MVPは、MVDにプロテクティブプットを組み合わせた戦略である。従って、デュレーション3年若しくは5年のMVDによる債券ポートフォリオを原資産にしたプットオプションの理論価格、そしてMVPによるプットオプションの複製ポートフォリオの価値を考える。これらをそれぞれ図表13、図表14にまとめたが、複製ポートフォリオの価値と理論価格の推移はだいぶ異なっていることが分かる。これは、実際の実証価格の変動が第一章の(13)及び(14)式による近似式で想定した原証券価格の変動と異なっていること、及び複製ポートフォリオのリバランスが連続時間ではなく1ヵ月毎であるための誤差と考えられる。

【図表13】 債券ポートフォリオの価値を原資産とするプットオプションの理論価格の推移

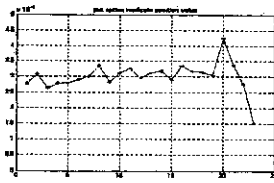


【図表14】 プットオプションの複製ポートフォリオの価値の推移

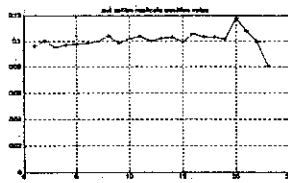


デュレーション5年のケース

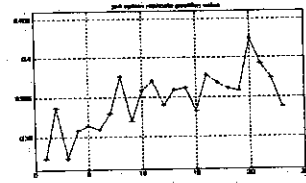
行使価格0.9のケース



行使価格1.1のケース



行使価格1.4のケース



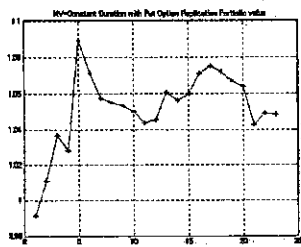
以上から、複製ポートフォリオを用いた MVP の投資戦略による債券ポートフォリオ価値は図表15の通りとなる。

デュレーション3年のケースでは、行使価格0.9の場合には満期での原資産価値が行使価格を上回っておりフットオプションのペイオフは理論的にはゼロとなる一方、実際の MVP によるポートフォリオ価値は MVD の価値と殆ど同じとなっており、フットオプションのペイオフが正しく複製されたと言える。また、行使価格1.1及び1.4では MVP によるポートフォリオ価値は満期でほぼ1.1及び1.4となっており、これらの場合もプロテクティブフットが意図された役割を果たしたことが分かる。デュレーション5年のケースもデュレーション3年のケースと同様であった。(図表15)

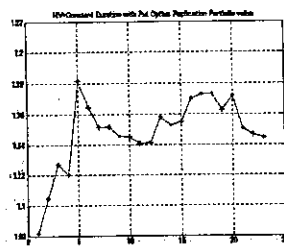
[図表15] MVP によるポートフォリオ価値推移

デュレーション3年のケース

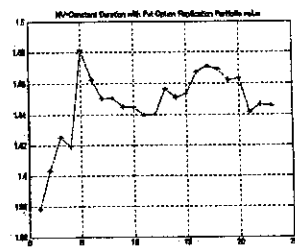
行使価格0.9のケース



行使価格1.1のケース

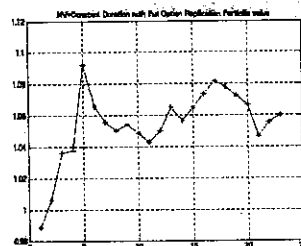


行使価格1.4のケース

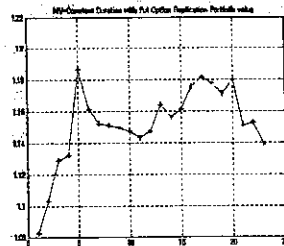


デュレーション5年のケース

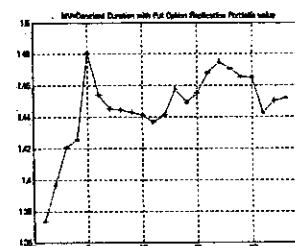
行使価格0.9のケース



行使価格1.1のケース



行使価格1.4のケース



最後に、各投資戦略のパフォーマンスを比較する。MVP による債券ポートフォリオ価値としては、図表15の結果から1999年2月時点の複製ポートフォリオ組成コスト(1999年2月時点の複製ポートフォリオ価値)を差し引いたものを最終的な価値(以下「最終価値」と記述)とする。これと他の投資戦略(野村 BPI、MV 及び MVD)による債券ポートフォリオ価値の推移をプロットしたものが図表16である。

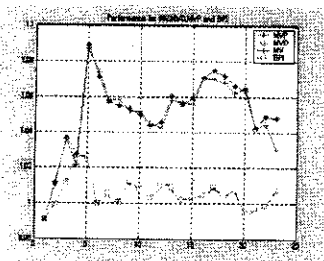
図表16より、デュレーション3年のケースでは、行使価格が0.9の場合に MVP によるポートフォリオの最終価値と MVD によるポートフォリオの価値は殆ど同じとなっていることが分かる。また、行使価格1.1及び1.4の場合では、MVP による最終価値は、満期時点で MVD、MV 及び野村 BPI の価値よりも高くなっており、組成コストを考慮したとしてもプロテクティブプット戦略が有効であったことが確認出来る。

デュレーション5年のケースでは、デュレーション3年と同様に行使価格0.9では MVP によるポートフォリオの最終価値は MVD による価値と殆ど同じであることが分かる。行使価格1.1では、デュレーション3年のケースとは違い、MVP による最終価値のパフォーマンスが満期時点で MVD よりも低くなっており、行使価格1.1ではコストを考慮した場合にプロテクティブプット戦略は有効ではなかったと言える。しかし、行使価格1.4では、MVP による最終価値のパフォーマンスが MVD、MV 及び野村 BPI よりも高くなっており、この場合にはコストを考慮してもプロテクティブプット戦略が有効であったことが確認出来る。

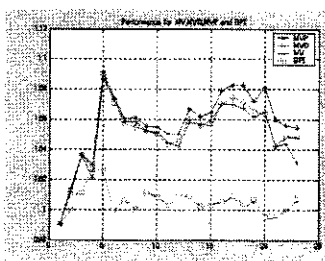
[図表16] 各投資戦略によるポートフォリオ価値推移

デュレーション3年のケース

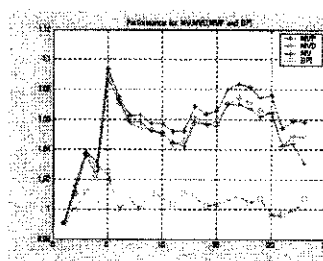
行使価格0.9のケース



行使価格1.1のケース

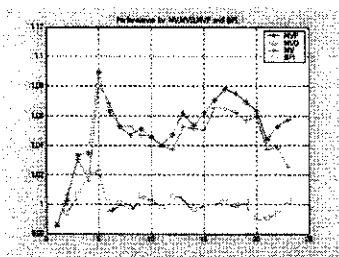


行使価格1.4のケース

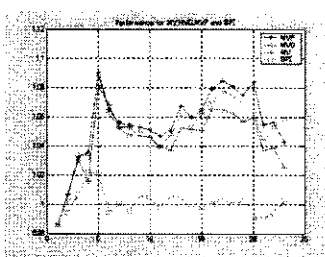


デュレーション5年のケース

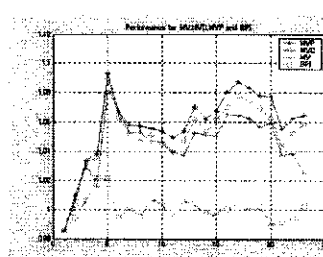
行使価格0.9のケース



行使価格1.1のケース



行使価格1.4のケース



以上では MVP における行使価格を0.9、1.1若しくは1.4と仮定して分析を行ったが、最後に MVD によるポートフォリオ価値が各行使価格においてどのように変化するかを確認する。なお、以下での MVP によるポートフォリオの価値は複製ポートフォリオ組成コストを差し引いた価値（最終価値）である。図表17に各行使価格での満期時点の MVD によるポートフォリオの最終価値と MVD による価値を示している（当然ながら満期時点での MVD によるポートフォリオの価値は全行使価格において一定である）。

図表17より、デュレーション3年のケースでは組成コストを考慮したとしても、行使価格が約1以上の場合にはプロテクティブプット戦略が有効となることが分かる。また、デュレーション5年のケースでは行使価格が約1.3以上のプットオプションを保有することでプロテクティブプット戦略が有効となることが分かる。これは、デュレーション3年のケースと比べるとプロテクティブプット戦略が有効となる行使価格の下限が約1.3と高くなっているが、原資産価格である MVD の満期時点の価値がデュレーション3年のケースよりも5年の方が上

